Learning signal processing in Persian language

Step 13: Variational Mode Decomposition

ساناز جواهریان

دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی پزشکی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران

یک روش جدید تطبیقی و شبهه اورتوگنال است که برای تجزیه سیگنال های چند مولفه ای به مود های ذاتی اش معرفی شده است.

این مود های ذاتی دارای ویژگی فشردگی خاصی(sparsity) در هر IMF میباشد،که متفاوت از روش EMD است.

روش های قبل از VMD دارای مشکلاتی از قبیل :

1- نداشت رابطه ی ریاضی بسته (EMD,EEMD,CEEMDAN)

2- recursive sifting یا همان غربالگری در بیشتر روشهای قبلی ،امکان اصلاح خطای قبلی (backward error correction) را به ما نمی داد

3- ناتوای و ضعف در تشخیص درست نویز

4- محدودیت باند در روشهای ویولت

5- نیاز به باز تعریف محدوده گذردهی باند فیلتر بانک ها در EWT

روش VMD بر اساس مسئله بهینه سازی تغییرات است که میتواند با استفاده از" روش جهت متناوب فزاینده" حل شود؛

رابطه مسئله تغییرات محدود ،میتواد به صورت زیر بیان شود:

$$\min_{\{x_k\},\{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * x_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\}$$
$$\text{s.t.} \sum_{k=1}^{K} x_k(t) = x(t)$$

که در آن $x_k(t)$ اشاره به مود k^{th} از سیگنال $x(t)$ و همچنین ω_k اشاره به مرکز فرکانسی مود Kام از سیگنال $x(t)$ دارد.

$\{x_k\}$ و $\{\omega_k\}$ بیانگر مجموعه مود های ذاتی و مرکز فرکانسی آنهاست؛مسئله بهینه سازی محدود بالا میتواند به عنوان مسئله بهینه ساز نامحدود بازگو شود؛برای این کار میتوان از ضرایب لاگرانژ و quadratic penalty term استفاده کرد.

معادله ی اصلاح شده به وسیله ی ضرایب لاگرانژ را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\mathcal{L}(\{x_k\},\{w_k\},\lambda) := \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * x_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_k x_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), x(t) - \sum_k x_k(t) \right\rangle$$

رابطه بالا با استفاده از "روش جهت متناوب فزاینده" قابل حل بوده و در حوزه طیفی مود های بدست آمده را به صورت زیر محاسبه شده است:

$$\hat{X}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{x}(\omega) - \sum_{i\neq k} \hat{X}_i(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2}$$

(متغییر های $\hat{X}_k^{n+1},\ \hat{x}(\omega),\ \hat{X}_i(\omega),\ \hat{\lambda}(\omega)$

به ترتیب نشان دهنده ی تبدیل فوریه $x_k^{n+1}(t),\ x(t),\ x_i(t)\ ,\lambda(t)$ میباشند)

مرکز فرکانسی تخمی زده شده برای هر مود را میتوان به صورت زیر مشخص کرد:

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{X}_k(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{X}_k(\omega)|^2 d\omega}$$

روش VMD وابسته به پارامتر های ورودی است که به وسیله ی کاربر تعیین میشود:

α : محدود کنده ی پهنای باند (کنترل کننده ی پهنای باند هر مود های ذاتی میباشد)

τ : مدت زمان دو صعود (معولا برای نویز ضعیف مقدار صفر را به آن میدهیم)

W : مقدار دهی اولیه مرکز فرکانسی (0 : برای تمام امگاهایی که از صفر شروع میشوند؛1: برای همه امگاهایی که توزیع یکنواخت دارند؛2 :برای همه امگاهایی که به صورت تصادفی مقدار دهی شده اند)

K : تعداد مودهای ذاتی (کترل کننده ی توضیع ارژی در هر مود است)

ϵ : تحمل معیار همگرایی(معمولا در محدوده ی 1e-6)

با توجه به نتایج تجربی ،با انتخاب مقادیر بزرگ برای α شاهد یک باند فرکانس پایین در تجزیه به مودهای ذاتی خواهیم بود و برعکس.

در مقایسه روش EMD با روش VMD به چند مورد تفاوت رسیده ایم که به شرح زیر است:

1- احتمال تشخیص مولفه های فرکانس پایین در EMD بیشتر از VMD است ،اما VMD در تشخیص مولفه های فرکانس بالا عملکرد بهتری از خود شان داده است.

2- سیگنالی که حاوی نویز فرکانس بالا به همراه نویز فرکانس پایین میباشد را جهت استخراج ویژگی های یکسانی با استفاده از دو روش EMD و VMD مورد بررسی قرار داده ایم.حاصل کار بدین صورت بوده که VMD

توانسته با حذف بهتر نویز فرکانس بالا ،تمامی ویژه گی های مورد نظرمان را تقریبا بدون تغییر نگه دارد؛اما EMD که به نسبت خیلی کندتر عمل کرده بود، دامنه ی سیگنال را نیز کاهش داده بود.

در شکل زیر ،یک سیگنال ECG را داریم که به وسیله ی EMD تجزیه شده است.

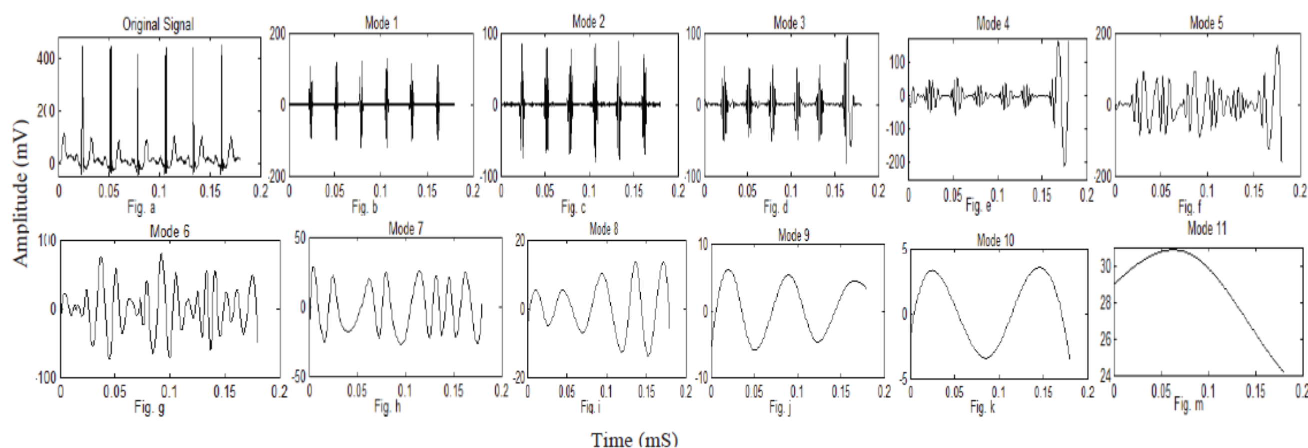


Fig. 1. EMD decomposition of ECG signal, fig. a. original signal, fig. b-m. 11 decomposed modes (IMFs)

حال همان سیگنال را با استفاده از روش VMD تجزیه میکنیم.

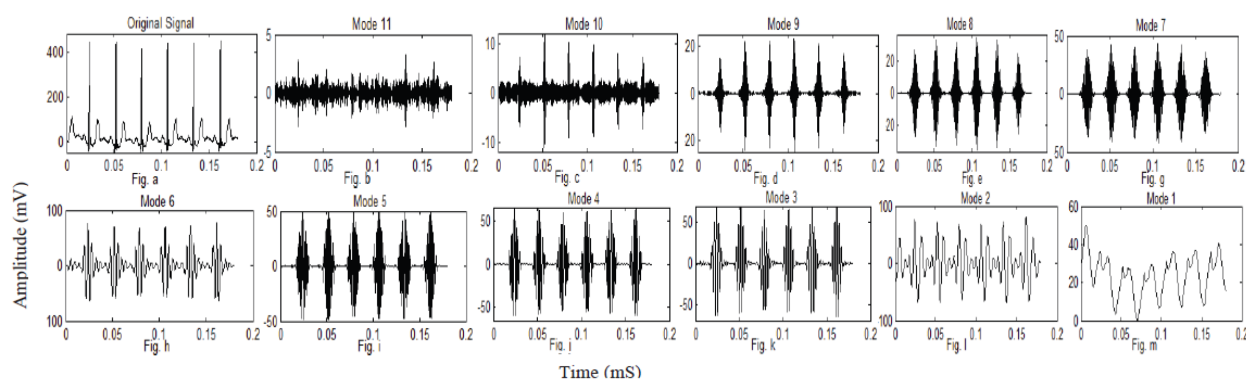


Fig. 2. VMD decomposition of ECG signal. Fig. a: original signal. Fig. b-m: 11-Decomposed modes

اشاره ای به کاربرد EWT و مقالات بین المللی که اخیرا دراین زمینه چاپ شده:

1- ECG feature extraction based on the bandwidth properties of variational mode decomposition (2016) .

2- Comparative study of ECG signal denoising by wavelet thresholding in empirical and variational mode decomposition domains (2014) .

3-Detection and characterisation of QRS complex in VMD domain (2015).

4-On the use of variational mode decomposition for removal of baseline wander in ECG signals (2016).